

PREDMET: TECHNICKÁ MECHANIKA

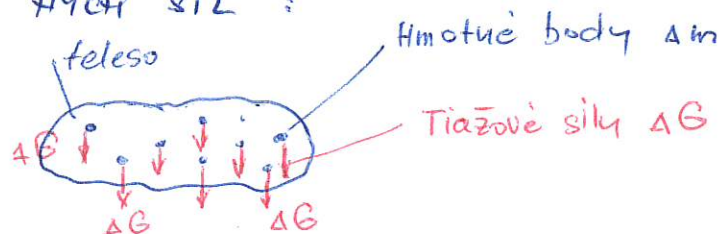
TRIEDA: 1. NŠS EXT.

TEMA: - ŤAŽISKO  
- GULDIHOVE VETY

PRI NIEKTORÝCH STROJOCH A STROJ. SÚČASTKÁCH JE DÔLEŽITÉ, ABY ICH ŤAŽISKO BOLO V ŽIADANEJ POLOHE. NA PRÍKLAD ŤAŽISKO OTÁČAJÚCICH SA ČASTÍ (ROTOR, OBEŽNÉ KOLESÁ, OBEŽNÉ KOLESÁ TURBÍN, KOLESÁ NA AUTÁCH ...) BOLO V OSI OTÁČANIA. KEĎ NIE JE, VZNIKAJÚ ODSTREDIVÉ SILY, KTORÉ SPÔSOBUJÚ CHVENIE, OPOTREBOVANIE LOŽÍSK AĎ. ŤAŽISKO JE DÔLEŽITÉ POZNAŤ Z HĽADISKA STABILITY TELIES. PRI SÚČASTKÁCH NAMÁHANÝCH NA OHYB (KOSŤIKY) TREBA POZNAŤ POLOHU ŤAŽISKA, KTOROU PRECHÁDZA NEUTRÁLNE VLÁKNO, KTORÉ PRI OHÝBANÍ NEMENÍ SVOJU DĺŽKU.

### POJEM ŤAŽISKO

KAŽDÉ TELESO SA SKLADÁ Z NEKONEČNÉHO POČTU ČASTÍ -  
- HMOTNÝCH BODOV, KAŽDÁ ČASTICA MÁ ISTÚ HMOTNOSŤ  $\Delta m$ , KTORÁ SA PREJAVUJE ISTOU TIAŽOVOU SILOU  $\Delta G$ . (TOTO SILU SÚ ČASTICE PRITÁHOVANÉ DO STREDU ZEME, VZHLADOM NA VEĽKÚ VZDIALENOSŤ, POLOHER ZEME 6378 km, TIAŽOVÉ SILY JEDNOTLIVÝCH HMOTNÝCH BODOV MÔŽEME POVAŽOVAŤ ZA SÚSTAVU ROVNOBEŽNÝCH SIL:



$$\Delta G = \Delta m \cdot g$$

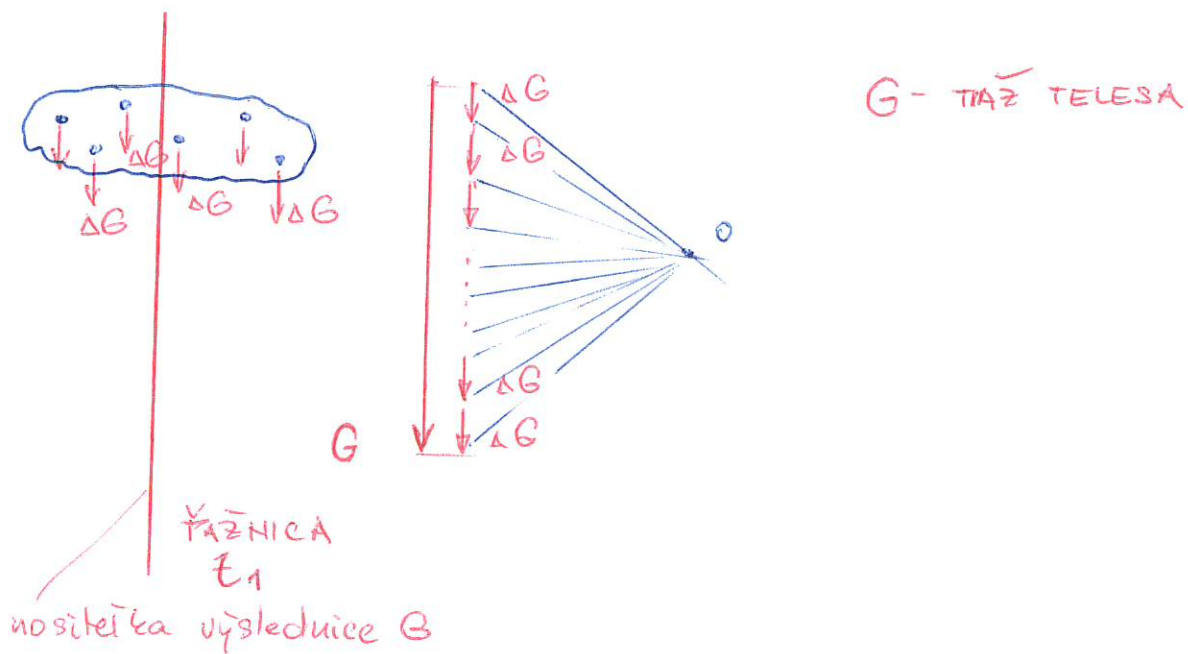
$\Delta m$  - hmotnosť,  
 $g$  - gravitačné zrychlenie

$$(g = 9,81 \text{ m/s}^2)$$

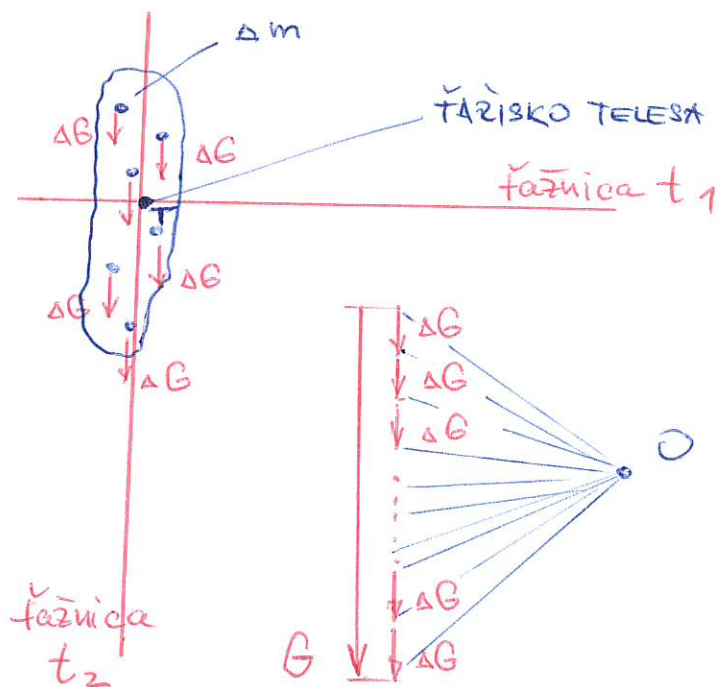
Výslednica tiaží  $G$  hmotných bodov ::

$$G = \sum \Delta G$$

teoreticky by sme zistili ľučovou metódou, jej nositeľka je tzv. ťažnica  $f$ .



AK TELESO POTOČÍME O  $90^\circ$ , SHER ŤAŽE  $G$  OSTÁVA ZVISLÝ, ZOPAKUJEME POSTUP LÚČOVEJ METÓDY, ZISTÍME NOSITEĽKU VÝSLEDNEJ ŤAŽE - ŤAŽNICA  $t_2$ :



PRIESEČNÍK NOSITEĽIEK VÝSLEDNÝCH ŤAŽÍ TELESA (ŤAŽNICE  $t_1$  A  $t_2$ ) PRI RÔZNYCH POLOHÁCH TELESA VOLÁME ŤAŽISKO.

SPÔSOBY ZISTENIA ŤAŽISKA:

1. GRAFICKY - pomocou LÚČOVEJ METÓDY
2. VÝPOČTOM - pomocou MOMENTOVEJ VETHY

# 1. ŤAŽISKO ROVINNÝCH ČIAR :

- 1.1. ŤAŽISKO ÚSEČKY
- 1.2. Ť. ZLOŽENEJ ÚSEČKY
- 1.3. Ť. KRUIOVÉHO OBLÚKA
- 1.4. Ť. POLOBLÚKA
- 1.5. Ť. ZLOŽENEJ ČIARY

# 2. ŤAŽISKO ROVINNÝCH PLOCH :

- 2.1 Ť. ZÁKL. PLOCH ( ▢ ▣ ▤ ... )
- 2.2 Ť. KRUI. VÝSEČE
- 2.3 Ť. ZLOŽENEJ PLOCHY

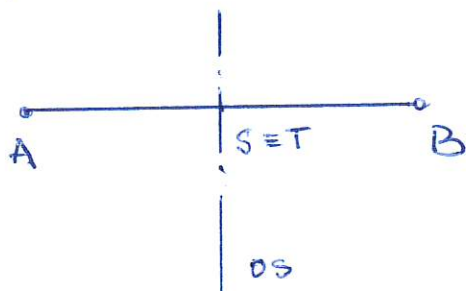
# 3. ŤAŽISKO TELIES :

- 3.1 Ť. ZÁKL. TELIES ( guľa, valec, ihlan ... )
- 3.2 Ť. ZLOŽENÝCH TELIES

## 1. ŤAŽISKO ROVINNÝCH ČIAR :

### 1.1. ŤAŽISKO ÚSEČKY : (priama tyč)

Úsečka je súmerná podľa osi, ktorá prechádza jej stredom  $S$ , preto  $T$  leží v strede. V tech. praxi za hmotné úsečky považujeme tyče, nosníky stáleho prierezu a mernej hmotnosti (hustoty).



### 1.2. ŤAŽISKO ZLOŽENEJ ÚSEČKY :

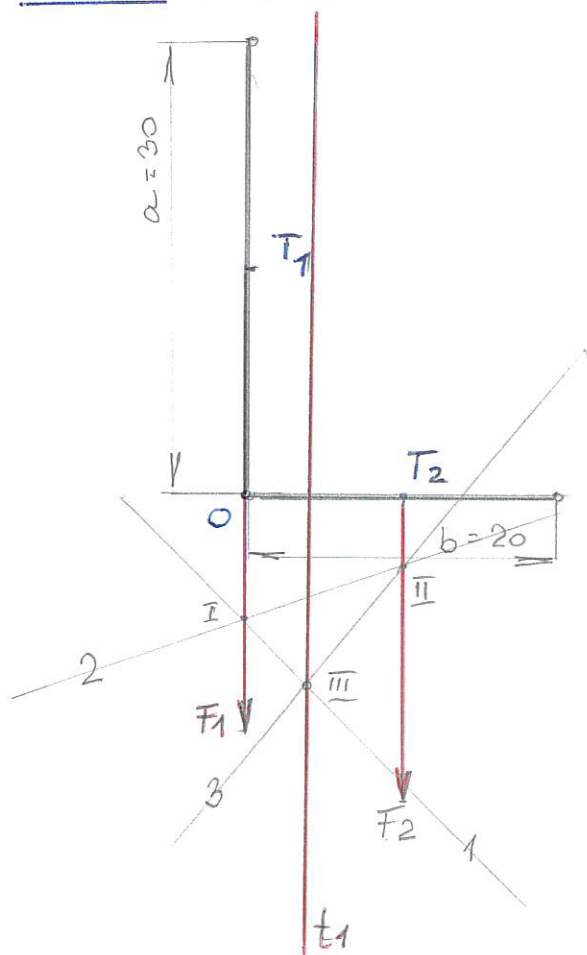
zložená úsečka sa skladá z niekoľkých úsečiek. Napríklad : zložená úsečka (obt.) je zložená z úsečky  $a = 30 \text{ mm}$  a  $b = 20 \text{ mm}$ .



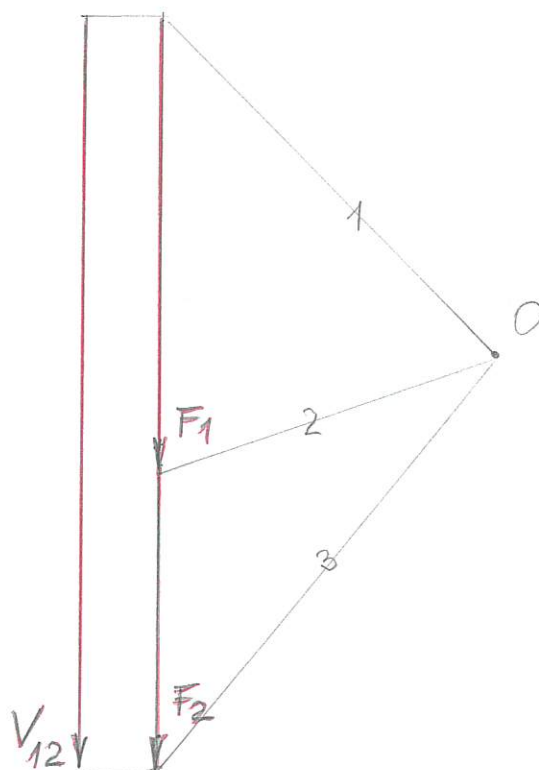
## A: GRAFICKÉ ZISTENIE Ť ZLOŽ. ÚSEČKY:

- POSTUP:
- zlož. úsečku nakreslíme vo vhodnej MIERKE
  - zlož. úsečku rozdelíme na základné úsečky  $(a, b)$  a nájdeme ich ťažiská  $(T_1, T_2)$
  - v ťažiskách  $T_1$  a  $T_2$  necháme pôsobiť zvislé a vodorovné sily  $F_1, F_2$ , ktorých veľkosť je úmerná dĺžkam základ. úsečiek.  
 $F_1 \sim a$   
 $F_2 \sim b$
  - lúčovými metódami pre zvislé a vodorovné sily nájdeme nositeľku výslednice zvislých síl  $V_{12}$  (ťažnica  $t_1$ ) a nositeľku výslednice vodorovných síl  $V_{12}$  (ťažnica  $t_2$ ).
  - Priesečník ťažníc  $t_1$  a  $t_2$  je ťažisko zloženej úsečky.

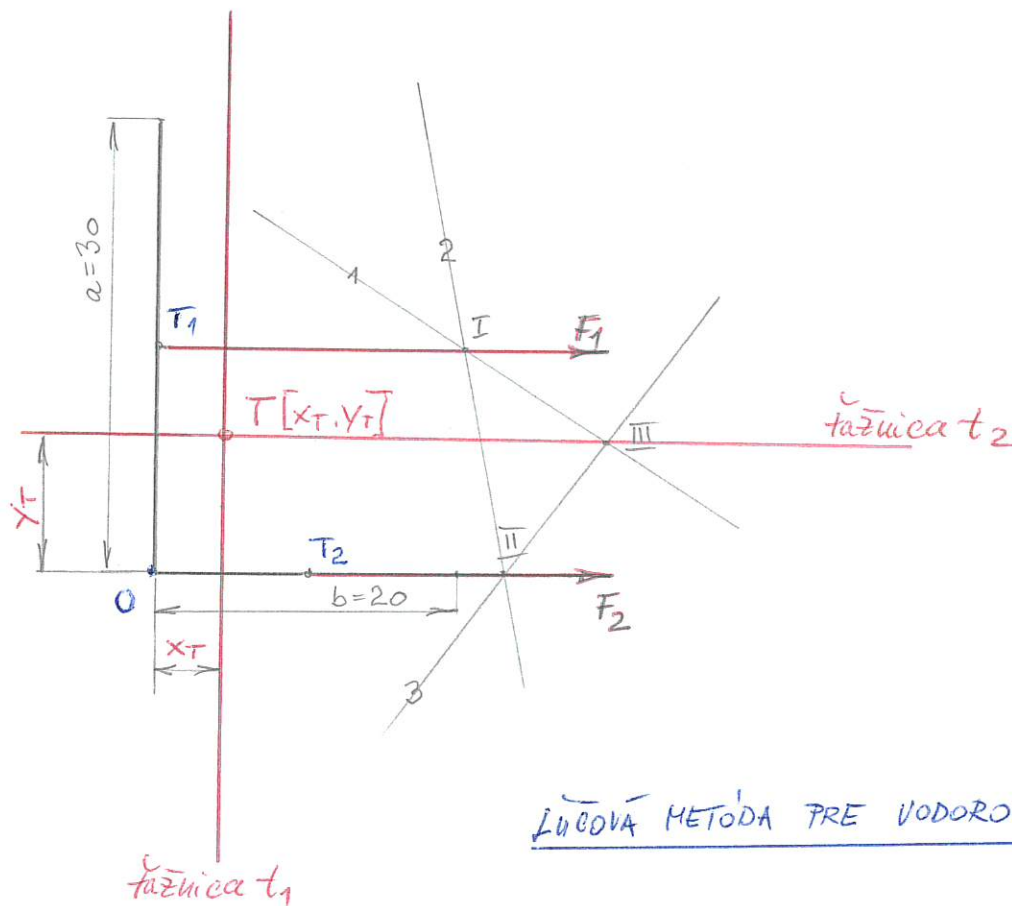
MIERKA M 2:1



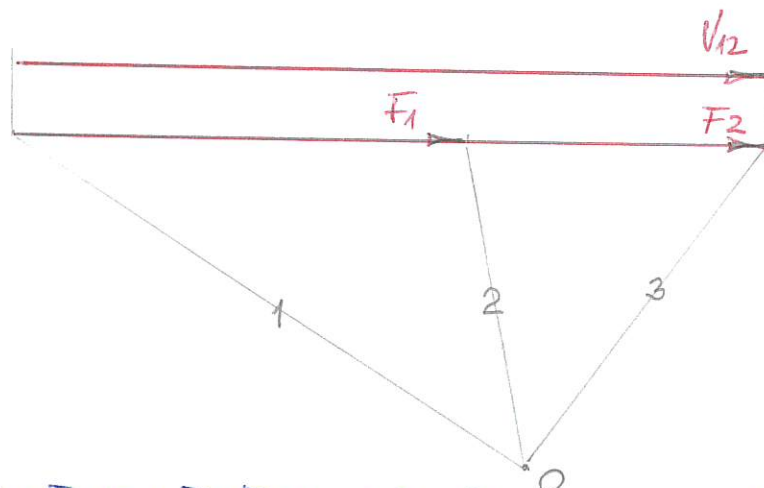
LÚČOVÁ METÓDA PRE ZVISLÉ SÍLY:



M 2 = 1



LŮČOVÁ METODA PRE VODOROVNÉ SÍLY :



ODPOVEĎ : ŤAŽISKO ZLOŽENEJ ÚSEČKY MÁ SÚRADNICE  $x_T = 45 \text{ mm}$  a  $y_T = 9 \text{ mm}$ .

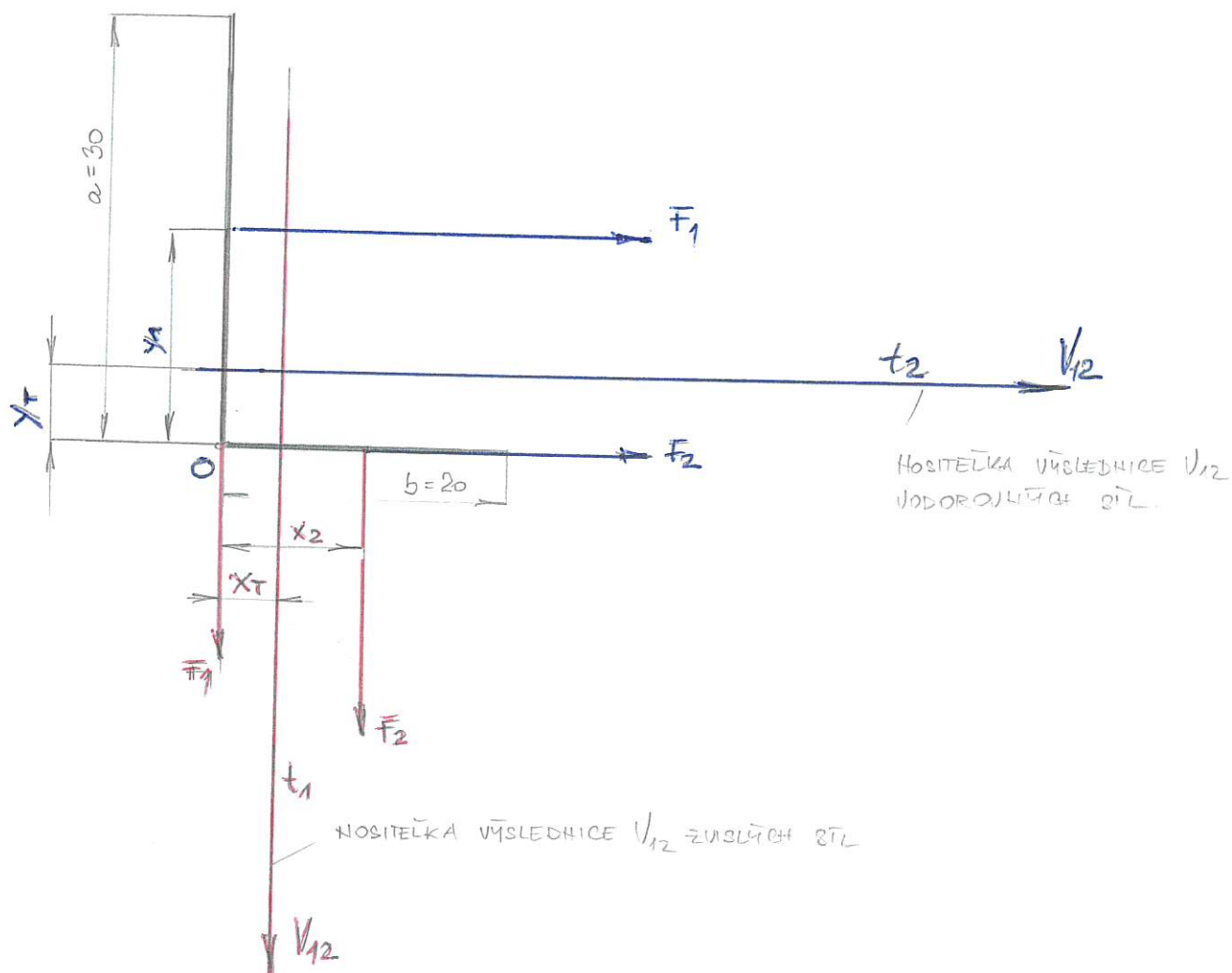
B. VÝPOČTOVÉ ZISTENIE ŤAŽISKA ZLOŽ. ÚSEČKY :

Súradnice  $x_T$  a  $y_T$  ťažiska zloz. úsečky zistíme momentovo-  
vou vetou pre zvislé a pre vodorovné sily.

MOMENTOVÁ VETA : MOMENT VÝSLEDNICE  $M_{V_{12}}$  SA ROVNÁ SÚČTU  
MOMENTOV JEJ ZLOŽIEK  $M_{F_1}$  a  $M_{F_2}$ .

$$M_{V_{12}O} = M_{F_1O} + M_{F_2O}$$

$F_1$  - zložka sily  
 $F_2$  - zložka sily  
 $V_{12}$  - výslednica



MOHENTOVÁ VĚTA PRO ZVLAŠTÍ SÍLY:

$$M_{V_{12}O} = M_{F_1O} + M_{F_2O}$$

$$V_{12} \cdot x_T = F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2$$

$$V_{12} \cdot x_T = F_2 \cdot x_2$$

$$x_T = \frac{F_2 \cdot x_2}{V_{12}}$$

$$x_T = \frac{F_2 \cdot \frac{b}{2}}{F_1 + F_2}$$

$$x_T = \frac{20 \cdot \frac{20}{2}}{30 + 20} = \frac{200}{50} = \underline{\underline{4 \text{ mm}}}$$

Rovněž síly  $F_1$  k bodu  $O$ :

$$x_1 = 0 \text{ mm}$$

$x_2$  - rovněž síly  $F_2$

$$x_2 = \frac{b}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ mm}$$

Výslednice  $V_{12}$ :

$$V_{12} = F_1 + F_2 = 30 + 20 = 50 \text{ N}$$

### MOHENTOVÁ VĚTA PRO VODOROVNÉ SILY:

$$M_{V_{12}O} = M_{F_1O} + M_{F_2O}$$

$$V_{12} \cdot y_T = F_1 \cdot y_1 + F_2 \cdot y_2$$

$$V_{12} \cdot y_T = F_1 \cdot y_1$$

$$y_T = \frac{F_1 \cdot y_1}{V_{12}}$$

$$y_T = \frac{F_1 \cdot \frac{a}{2}}{F_1 + F_2}$$

$$y_T = \frac{30 \cdot \frac{30}{2}}{30 + 20} = \frac{450}{50} = \underline{\underline{9 \text{ mm}}}$$

Rameno vodorovné sily  $F_2$  k bodu O :  $y_2 = 0 \text{ mm}$

$y_1$  - rameno sily  $F_1$

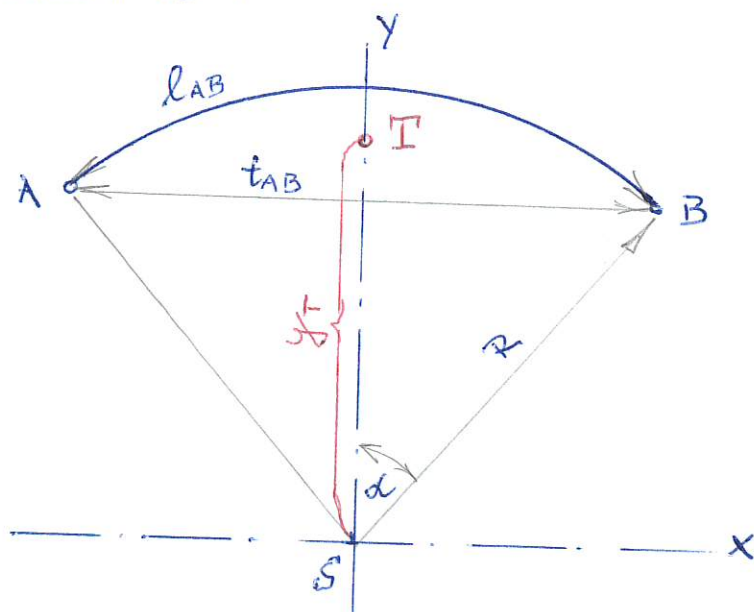
$$y_1 = \frac{a}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ mm}$$

$V_{12}$  - výslednice sil  $F_1$  a  $F_2$

ODPOVĚD: Vypočítané souřadnice těžiště slož. úsečky  
sú :  $x_T = 4 \text{ mm}$  a  $y_T = 9 \text{ mm}$ .

### 1.3 - TĚŽISKO KRUHOVÉHO OBLÚKA:

KRUHOVÝ OBLÚK JE DÁNÝ POLOHEREM  $R$  A STŘEDOVÝM UHLOM  $\alpha$ :



$l_{AB} = \widehat{AB}$  - délka obluku

$t_{AB} = \overline{AB}$  - tetiva obluku

$R$  - POLOHER OBLÚKA

$\alpha$  - STŘEDOVÝ UHOL OBLÚKA



ŤAŽISKO OBLÚKA  $\widehat{AB}$  LEŽÍ NA OSI OBLÚKA (OS  $y$ ), t.j.  
SÚRADNICE ŤAŽISKA OBLÚKA SÚ :

$$T \equiv [0, y_T]$$

$y$ -OVÁ SÚRADNICE ŤAŽISKA OBLÚKA VYPOČÍTAME :

$$y_T = \frac{R \cdot t_{AB}}{l_{AB}}$$

$R$  - POLOMER OBLÚKA

$t_{AB}$  - DĹŽKA TETIVY OBLÚKA

$$t_{AB} = 2 \cdot R \cdot \sin \alpha$$

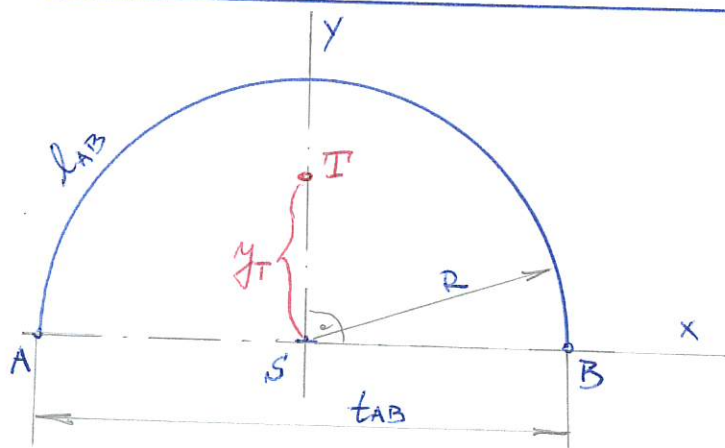
$l_{AB}$  - DĹŽKA OBLÚKA

$$l_{AB} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{360^\circ} \cdot 2\alpha$$

PO DOSADENÍ :

$$y_T = \frac{R \cdot 2 \cdot R \cdot \sin \alpha}{\frac{2 \cdot \pi \cdot R}{360^\circ} \cdot 2\alpha} = \frac{R \cdot \sin \alpha}{\frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha} \quad [\text{mm}]$$

1.4 - ŤAŽISKO POLOBLÚKA (POLKRUŽNICE) :  $\alpha = 90^\circ$



DĹŽKA TETIVY POLKRUŽNICE :  $t_{AB} = 2 \cdot R$

DĹŽKA (OBYVOD) POLKRUŽNICE :  $l_{AB} = \pi \cdot R$

$y$ -OVÁ SÚRADNICA ŤAŽISKA POLKRUŽNICE :

$$y_T = \frac{R \cdot t_{AB}}{l_{AB}} = \frac{R \cdot 2 \cdot R}{\pi \cdot R} = \frac{2}{\pi} \cdot R = \underline{\underline{\frac{2}{3} \cdot R}}$$

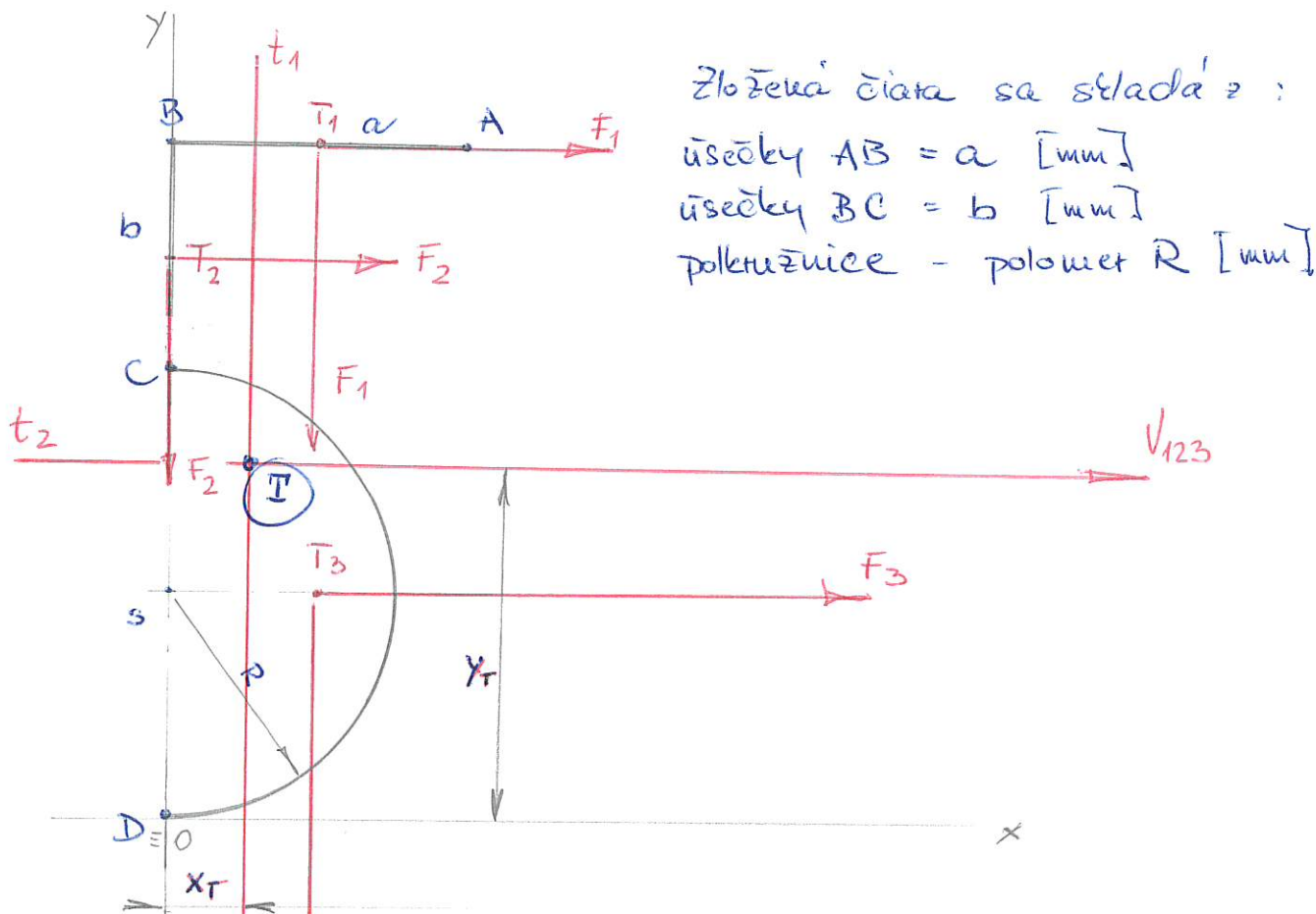


ŤAŽISKO POLKRUŽNICE LEŽÍ NA OSI  $y$  VO VZDÁLENOSTI  $\frac{2}{3}R$  OD STREDU.

## 1.5 ŤAŽISKO ZLOŽENEJ ČIARY

ZLOŽENÁ ČIARA SA SKLADÁ Z LOMENÝCH ÚSEČIEK, OBLÚKOV, POLOBLÚKOV.

PRÍKLAD: NÁJDITE SÚRADNICE ŤAŽISKA ZLOŽENEJ ČIARY PODĽA OBR.



Zložená čiara sa skladá z :

úsečky  $AB = a$  [mm]

úsečky  $BC = b$  [mm]

polkružnice - polomer  $R$  [mm]

### GRAFICKÉ RIEŠENIE :

POSTUP :

- 1) ZVOĽME DĺŽKY úsečiek  $a$ ,  $b$  a polomer  $R$ .
- 2) NAKRESLÍME ZLOŽENÚ ČIARU V MIERKE
- 3) ZLOŽENÚ ČIARU ROZDELÍME NA ZÁKLADNÉ ČIARY (úsečka  $a$ , úsečka  $b$ , polkružnica) A NÁJDEME ICH ŤAŽISKÁ ( $T_1, T_2, T_3$ ).
- 4) V ŤAŽISKÁCH  $T_1, T_2, T_3$  NECHÁME PÔSOBIŤ:
  - a) ZVISLÉ SÍLY:  $F_1, F_2, F_3$
  - b) VODOROVNÉ SÍLY:  $F_1, F_2, F_3$

Veľkosť síl je úmerná dĺžkave základných čiar :

$$F_1 \sim a$$

$$F_2 \sim b$$

$$F_3 \sim \pi \cdot R$$

5, GRAFICKY LÚČOVOU METÓDOU NÁJDEME NOSITEĽKU VÝSLEDNICE ZVISLÝCH SÍL :  $V_{123} = F_1 + F_2 + F_3$  (ťažnica  $t_1$ ).

6, GRAFICKY LÚČOVOU METÓDOU NÁJDEME NOSITEĽKU VÝSLEDNICE VODOROVNÝCH SÍL :  $V_{123} = F_1 + F_2 + F_3$  (ťažnica  $t_2$ ).

7, PRIESEČNÍK NOSITEĽKY  $V_{123}$  ZVISLÝCH SÍL ( $t_1$ ) a NOSITEĽKY  $V_{123}$  VODOROVNÝCH SÍL ( $t_2$ ) JE HĽADANÉ ŤAŽISKO  $(T)$  ZLOŽENEJ ČIARY.

8, ODMERIAMO SÚRADNICE ŤAŽISKA :  $(T) \equiv [x_T, y_T]$ .

### VÝPOČTOVÉ RIEŠENIE :

POSTUP VÝPOČTU SÚRADNÍC ŤAŽISKA  $x_T$  a  $y_T$  ZLOŽENEJ ČIARY JE OBDOBNÝ AKO POSTUP GRAFICKEHO RIEŠENIA, LEN NAMIESTO GRAFICKEJ LÚČOVEJ METÓDY POUŽIJEME VÝPOČTOVÚ MOMENTOVÚ VETU :

### POSTUP :

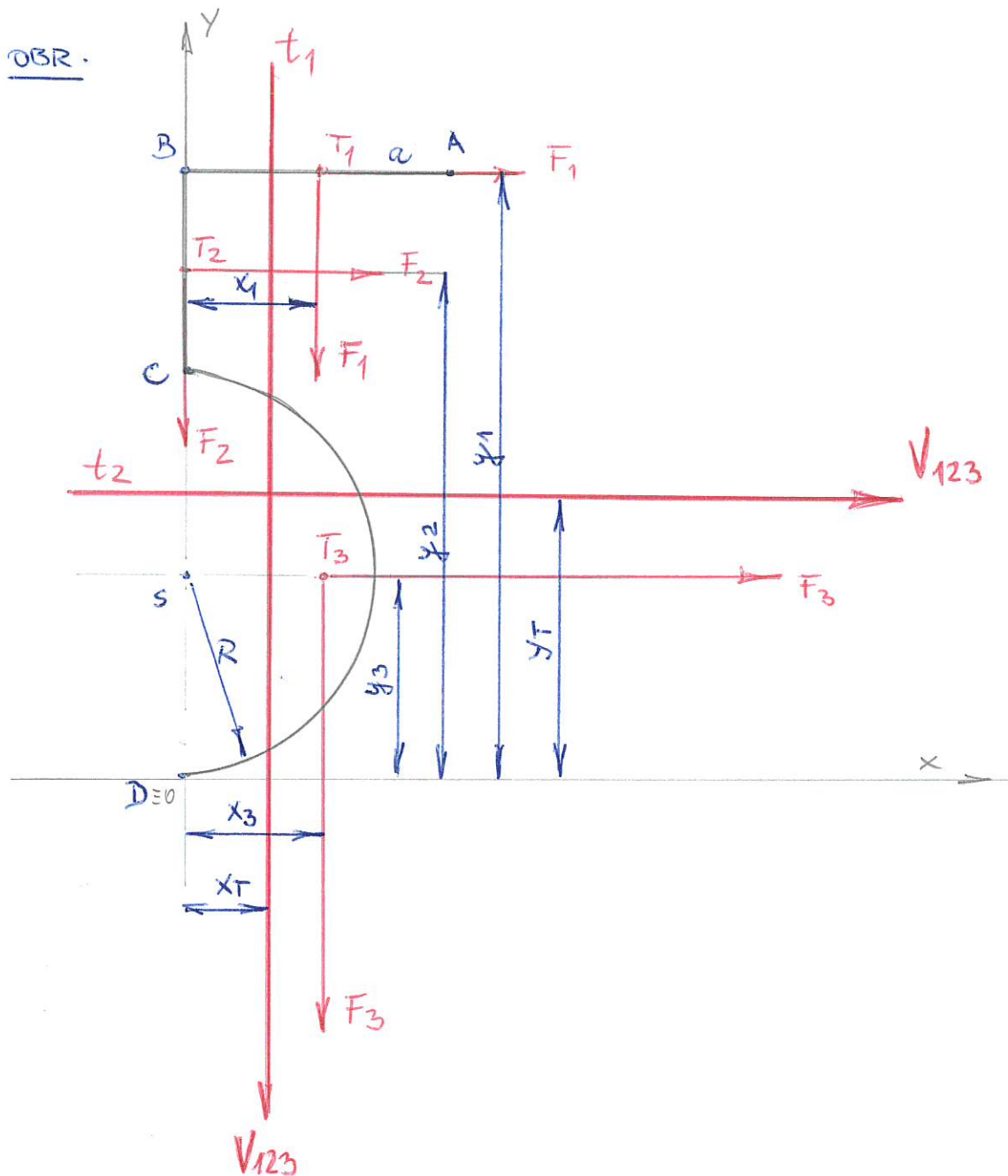
- 1, NAKRESLÍME ZLOŽENÚ ČIARU (nemusí byť v mierke)
- 2, NÁJDEME ŤAŽISKÁ ZÁKLADNÝCH ČIAR  $T_1, T_2, T_3$
- 3, V ŤAŽISKÁCH  $T_1, T_2, T_3$  HECHÁME PÔSOBIŤ:
  - a) ZVISLÉ SÍLY :  $F_1, F_2, F_3$
  - b) VODOROVNÉ SÍLY :  $F_1, F_2, F_3$

Veľkosť síl je úmerná dĺžkam záŕ. čiar :

$$F_1 \sim a$$

$$F_2 \sim b$$

$$F_3 \sim \pi \cdot R$$



4. NAPÍŠEME MOMENTOVÚ VETU PRE ZVISLÉ SILY K BODU O (B). Ž

$$M_{V_{123}O} = \sum_{i=1}^3 M_{iO}$$

KTOREJ VÝPOČÍTAME  $x_T$  ZLOŽ. ČIARY :

$$M_{V_{123}O} = M_{F_1O} + M_{F_2O} + M_{F_3O}$$



$$V_{123} \cdot x_T = F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3$$

$$x_1 = \frac{a}{2}$$

$$V_{123} \cdot x_T = F_1 \cdot \frac{a}{2} + F_2 \cdot 0 + F_3 \cdot \frac{2}{3} \cdot R$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = \frac{2}{3} \cdot R$$

$$x_T = \frac{F_1 \cdot \frac{a}{2} + F_3 \cdot \frac{2}{3} R}{F_1 + F_2 + F_3} \quad [\text{mm}]$$

5. NAPÍŠEME MOMENTOVU JETU PRE VODROVNÉ SILY  
K BODU O (D), Z KTOREJ VYPOČÍTAME  $y_T$   
ZLOŽ. ČIARU:

$$M_{V_{123}O} = \sum_{i=1}^3 M_{iO}$$

$$M_{V_{123}O} = M_{F_1O} + M_{F_2O} + M_{F_3O}$$

$$V_{123} \cdot y_T = F_1 \cdot \underbrace{(b+2R)}_{y_1} + F_2 \cdot \underbrace{\left(\frac{b}{2}+2R\right)}_{y_2} + F_3 \cdot \underbrace{R}_{y_3}$$

$$y_T = \frac{F_1 \cdot (b+2R) + F_2 \left(\frac{b}{2}+2R\right) + F_3 \cdot R}{F_1 + F_2 + F_3} \quad [\text{mm}]$$

6. ODPOVEĎ: VYPOČÍTANÉ SÚRADNICE ŤAŽISKA ZLOŽENEJ  
 ČIARU SÚ:  $x_T = \dots \text{ mm}$  a  $y_T = \dots \text{ mm}$ .

VÝSLEDKY POROVNÁME S HODNOTAMI, KTORE SÚME  
 ZISTILI GRAFICKOU METÓDOU.

PREDMET : TECHNICKÁ MECHANIKA

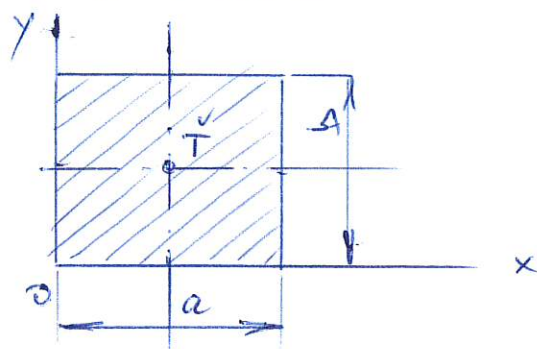
TRIEDA : 1. NŠS EXT.

TÉMA : 2. ŤAŽISKO ROVINNÝCH PLOCH

## 2.1. ŤAŽISKO ZÁKLADNÝCH PLOCH

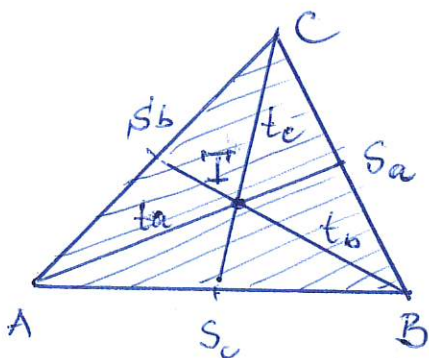
### 2.1.1. ŤAŽISKO ŠTVORCA, OBDĚLNÍKA, KOSODĚLNÍKA -

JE V PRIESEČNÍKU ICH OŤ SÚMERNOSTI :



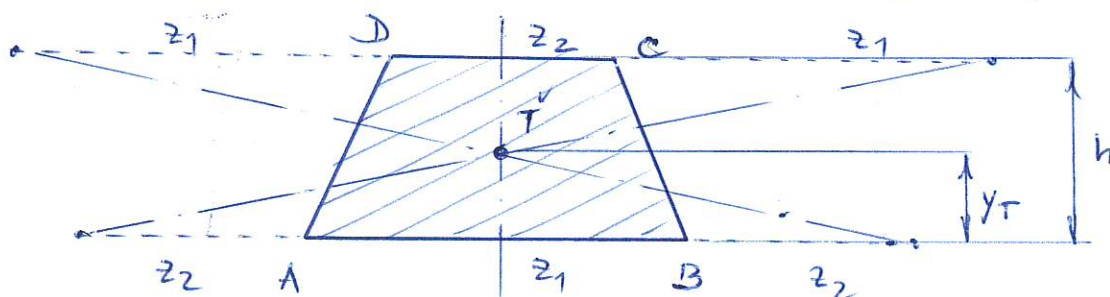
$$T = \left[ \frac{a}{2} ; \frac{b}{2} \right]$$

2.1.2. ŤAŽISKO TROJUHOLNÍKA : JE V PRIESEČNÍKU ŤAŽNÍC, KTORÉ ŤAŽISKO DELI V POMERE 2:1, t.j. Ťažisko je približne v 1/3 výšky trojuholníka od základne c.



### 2.1.3. ŤAŽISKO LICHOBEBŽNÍKA :

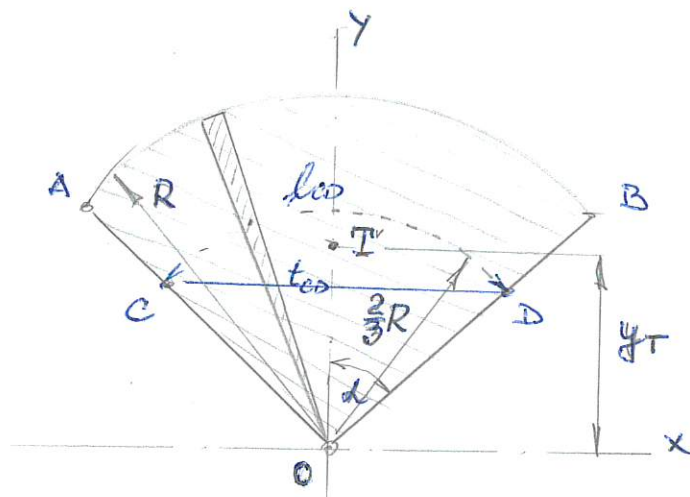
$z_1$  - spodná základňa  
 $z_2$  - vrchná základňa  
 $h$  - výška



výpočtové :

$$y_T = \frac{z_1 + 2 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \cdot \frac{h}{3}$$

2.2. ŤAŽISKO KRUHOVEJ VÝSEČE : Plochu výseče ABO môžeme rozdeliť na malé trojuholníky s vrcholom v bode O, ktorých ťažiská ležia na oblúku CD s  $\frac{2}{3}R$ .



ABO - kruh. výseč  
CD - oblúk

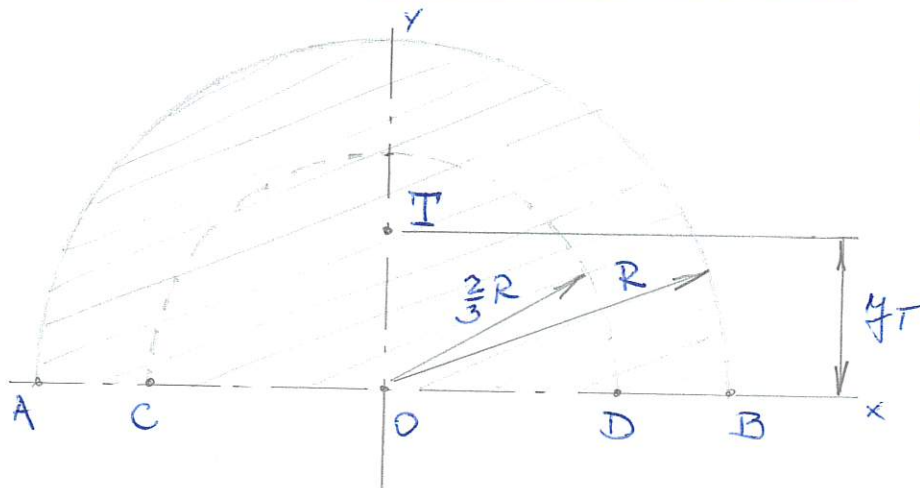
PLATÍ : ŤAŽISKO KRUHOVEJ VÝSEČE SA ZHODUJE S ŤAŽISKOM KRUHOVÉHO OBLÚKA S POLOHYEROM O  $\frac{1}{3}$  MENŠÍM AKO POLOHYER VÝSEČE ( $r_{CD} = \frac{2}{3}R$ ).

POTOM  $y_T$  SÚRADNICA ŤAŽISKA KRUH. VÝSEČE :

$$\begin{aligned} y_{TABO} &= y_{TCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{R \cdot t_{CD}}{l_{CD}} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{R \cdot 2 \cdot \frac{2}{3}R \cdot \sin \alpha}{\frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{2}{3}R}{360^\circ / 180^\circ} \cdot 2 \cdot \alpha} \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{R \cdot \sin \alpha}{\frac{\pi \cdot \alpha}{180}} \quad [mm] \end{aligned}$$

R - POLOHYER VÝSEČE  
 $t_{CD}$  - ŤAŽNICA OBLÚKA CD  
 $l_{CD}$  - DĺŽKA OBLÚKA CD

2.2.1 ŤAŽISKO POLKRUHOVEJ VÝSEČE ( $\alpha = 90^\circ$ )



$$\begin{aligned} y_T &= \frac{\frac{2}{3}R \cdot t_{CD}}{l_{CD}} \\ y_T &= \frac{\frac{2}{3}R \cdot 2 \cdot \frac{2}{3}R}{\pi \cdot \frac{2}{3}R} \\ y_T &= \frac{\frac{4}{3}R}{\pi} \quad [mm] \end{aligned}$$



## 2.3 ŤAŽISKO ZLOŽENEJ PLOCHY

### 2.3.1 GRAFICKÁ METÓDA:

- POSTUP:
- 1) Zloženú plochu uakresíme v mierke
  - 2) zloženú plochu rozdelíme na základné plochy, ktorých ťažiská vieme nájsť.
  - 3) V ťažiskách základ. plôch udeháme pôsobiť zvislé a vodorovné sily, ktorých veľkosť je úmerná veľkostiam základ. plôch ( $F_1 \sim S_1$ ).
  - 4) Lúčovými metódami pre zvislé a vodorovné sily nájdeme nositeľý výslednic zvislých síl a vodorovných síl (ťažnice)
  - 5) V priesečníku ťažníc je hľadané ťažisko zloženej plochy
  - 6) Odmeriame x-ové a y-ové súradnice ťažiska:  $\underline{T} = [x_T, y_T]$

### 2.3.2 VÝPOČTOVÁ METÓDA:

Je obdobná ako grafická metóda, len namiesto lúčových metód sa používajú MOMENTOVÉ VETÝ (pre zvislé sily a vodorovné sily).

Z MOMENTOVÝCH VETÍ sa vypočítajú súradnice ťažiska zloženej plochy ( $x_T, y_T$ ).

- Ak zložená plocha má 1 os súmernosti (os = ťažnica), sily udeháme pôsobiť len v smere kolmome na túto os.
- Ak zložená plocha má 2 osi súmernosti, ŤAŽISKO je v priesečníku osí.

### 3. ŤAŽISKO TĚL S :

#### 3.1 ŤAŽISKO ZÁKLADNÍCH TĚLES :

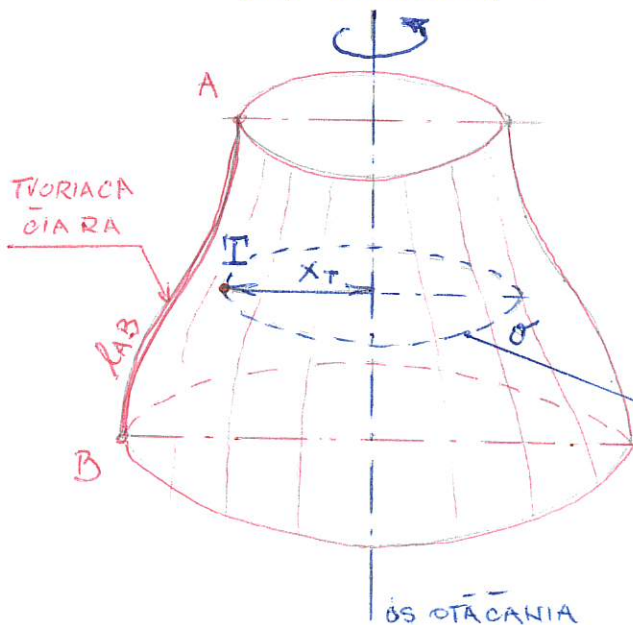
- Gola, kocka, hranol, valec majú ťažisko v strede telesa
- ihlan, kužeľ - majú ťažisko na osi súmernosti v  $\frac{1}{4}$  výšky telesa od spodnej základne (podstavy).

#### 3.2 ŤAŽISKO ZLOŽENÝCH TĚLES :

ZISTUJE SA PODOBNE AKO ŤAŽISKO ZLOŽENÝCH PLOCH S TÝM ROZDIELOM, ŽE ZVISLÉ A VODROVNÉ SÍLY, PÔSOBIACE V ŤAŽISKÁCH ZÁKLADNÝCH TĚLES, SÚ ÚMERNÉ OBJEMOM ZÁKLADNÝCH TĚLES. PRI TĚLESÁCH S OSOU SÚMERNOSTI, ŤAŽISKO LEŽI NA TĚTO OSI.

### GULDIHOVE VETÝ (GV)

**1.GV** - UMOŽŇUJE VÝPOČET POUVRHU S<sup>v</sup> ROTAČNÉHO TĚESA, KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ ČIARY AB OKOLO OSI OTÁČANIA.



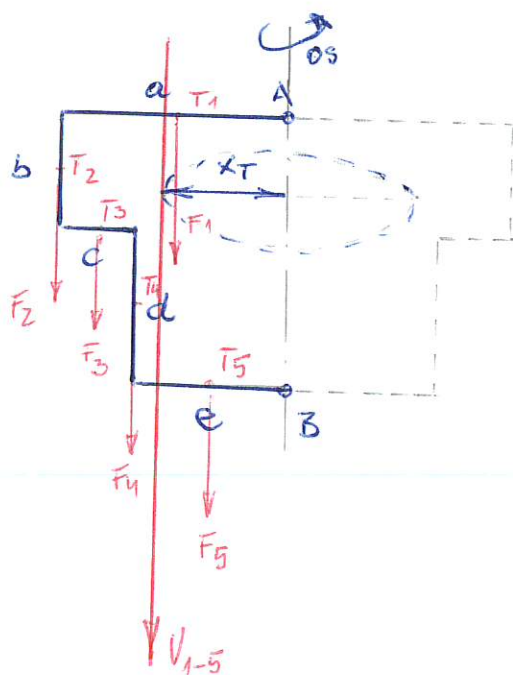
- AB - TVORIACA ČIARA (TC<sup>v</sup>)
- $l_{AB}$  - DĚŽKA TVORIACEJ ČIARY [mm]
- T - ŤAŽISKO TVORIACEJ ČIARY
- $x_T$  - VZDÁLENOSŤ ŤAŽISKA TC<sup>v</sup> OD OSI OTÁČANIA [mm]

OBVOD KRUŽNICE, OPÍSANEJ ŤAŽISKOM TC<sup>v</sup> OKOLO OSI OTÁČANIA.

1. GV : POUČH ROTAČNĚHO TELESÁ  $S$ , KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ ČIARY OKOLO OSI OTÁČANIA, VÝPOČÍTAME, AK OBVOD KRUŽNICE, OPÍSANEJ ŤAŽISKOM  $T_C$  OKOLO OSI OTÁČANIA VYNÁSOBÍME DĺŽKOU TVORIACEJ ČIARY.

$$S = \sigma \cdot l_{AB} = 2 \cdot \pi \cdot x_T \cdot l_{AB} \quad [\text{mm}^2]$$

PRÍKLAD : VÝPOČÍTAJTE POUČH TELESÁ, KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ ČIARY OKOLO OSI OTÁČANIA. TVORIACA ČIARA JE ZLOŽENÁ ÚSEČKA  $a, b, c, d, e$

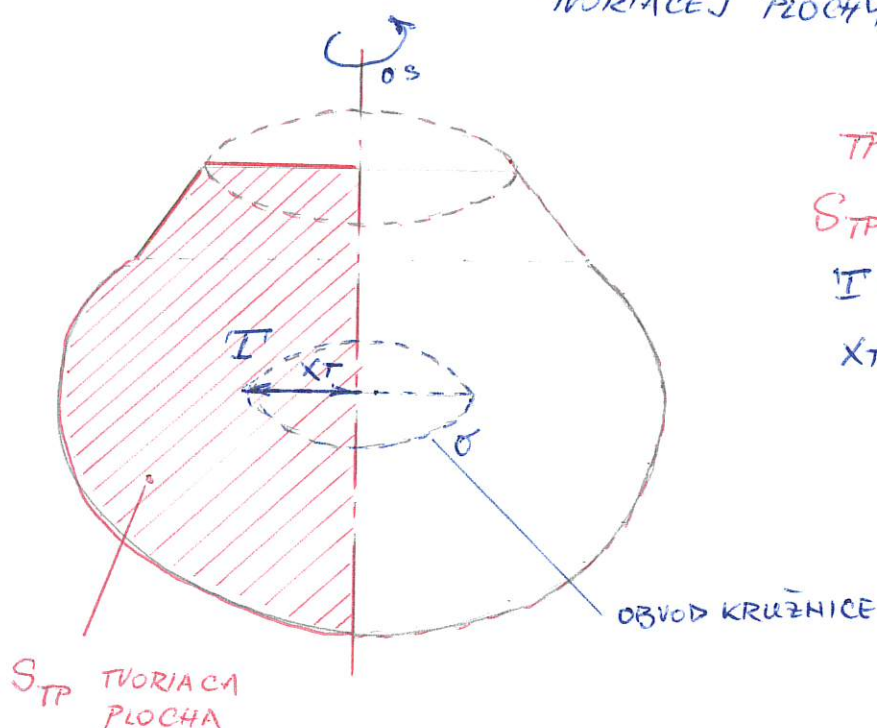


$$\begin{aligned} a &= 30 \text{ mm} \\ b &= 15 \text{ mm} \\ c &= 10 \text{ mm} \\ d &= 20 \text{ mm} \\ e &= 20 \text{ mm} \end{aligned}$$

- POSTUP :
- 1) GRAFICKY ALEBO VÝPOČTOM NÁJDEME ŤAŽISKO  $T_C$ , tj. vzdialenosť Ťažiska  $x_T$  od osi otáčania
  - 2) Výpočet dĺžky  $T_C$  :  $l_{AB} = a + b + c + d + e$
  - 3) Výpočet obvodu kružnice, opísanej  $T_C$  okolo osi otáčania :  $\sigma = 2 \cdot \pi \cdot x_T$
  - 4) Výpočet poverchu telesa :  $S = 2 \cdot \pi \cdot x_T \cdot l_{AB}$



2. BULDINOVA VETA : VHOŽŇUJĚ VÝPOČET OBJEMU  $V$  ROTAČNĚHO TELESA, KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ PLOCHY  $S_{TP}$  OKOLO OSI OTÁČANIA.

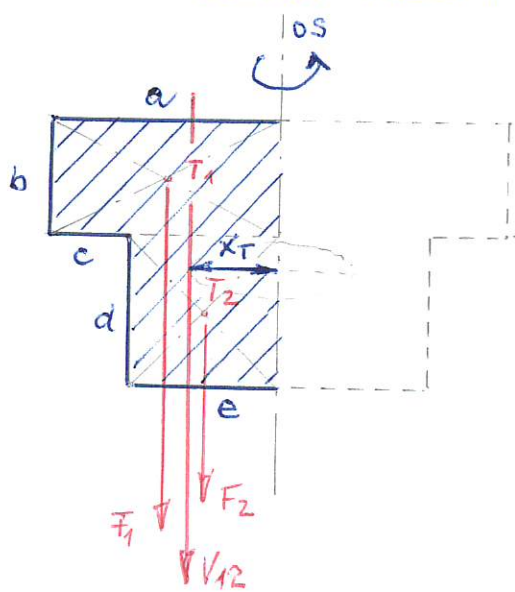


TP - TVORIACA PLOCHA  
 $S_{TP}$  - VEĽKOSŤ TVORIACEJ PLOCHY  
 $I$  - ŤAŽISKO TVORIACEJ PLOCHY  
 $x_T$  - VZDIAL. ŤAŽISKA TP OD OSI

2. GV : OBJEM ROTAČNĚHO TELESA  $V$ , KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ PLOCHY TP OKOLO OSI OTÁČANIA VÝPOČÍTAME, AK OBVOD KRUŽNICE OPÍSAHEJ ŤAŽISKOM TP OKOLO OSI OTÁČANIA VYNÁSOBÍME VEĽKOSŤOU TVORIACEJ PLOCH  $S_{TP}$ .

$$V = \sigma \cdot S_{TP} = 2 \cdot \pi \cdot x_T \cdot S_{TP} \quad [\text{mm}^3]$$

PRÍKLAD : VÝPOČÍTANIE OBJEMU TELESA, KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM ZLOŽENEJ PLOCHY OKOLO OSI OTÁČANIA.



POSTUP :

1. Graf. alebo výpočtom nájsť ťažisko zloženej plochy  $x_T$  t.j. vzdialenosť TP od osi otáčania.

2. Veľkosť tvoriacej plochy :  
 $S_{TP} = (a \cdot b) + (d \cdot e) \quad [\text{mm}^2]$

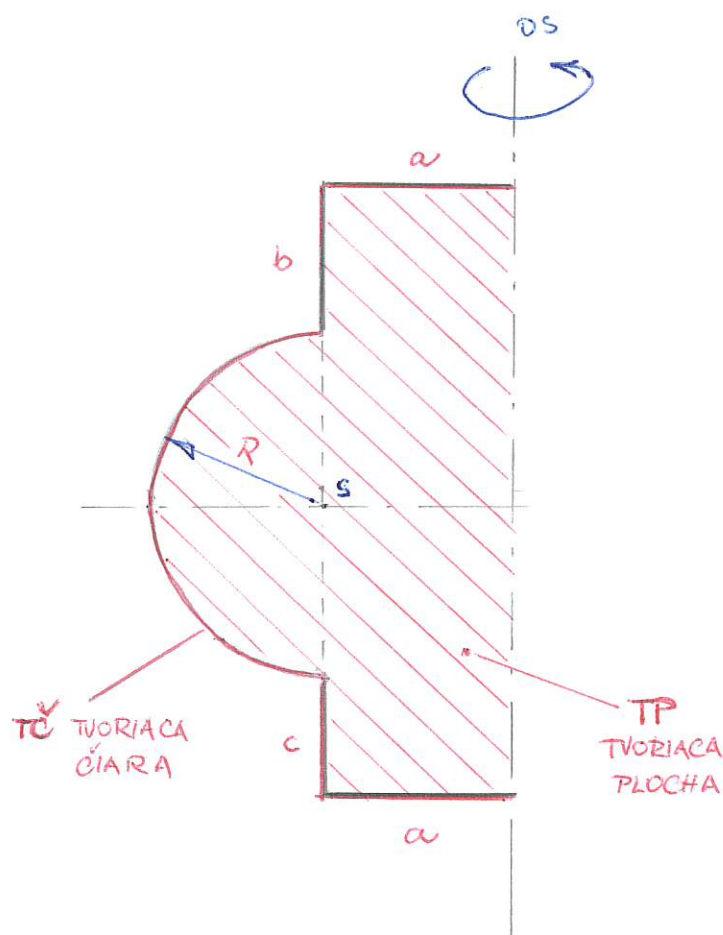
3. objem rotačného telesa :  
 $V = 2 \cdot \pi \cdot x_T \cdot S_{TP} \quad [\text{mm}^3]$

ZADANIE TEM č. 4 :

ŤAŽISKO

GULDINOVE VETY

OTÁČANÍM TVORIACEJ ČIARY (TVORIACEJ PLOCHY) OKOLO OSI OTÁČANIA VZNIKNE ROTÁČNÉ TELESO (OBR.)



DANE HODNOTY :

$$a = \dots \text{ mm}$$

$$b = \dots \text{ mm}$$

$$R = \dots \text{ mm}$$

$$c = \dots \text{ mm}$$

ÚLOHY : 1, GRAFICKY NÁJDETE ŤAŽISKO TVORIACEJ ČIARY

2, VÝPOČTOM (POMOCOU 1. GULDINOVEJ VETY) ZISTITE PLOCHU  $S'$  ROTÁČNÉHO TELESÁ, KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ ČIARY OKOLO OSI OTÁČANIA.

3, VÝPOČTOM (POMOCOU MOMENTOVEJ VETY) ZISTITE ŤAŽISKO TVORIACEJ PLOCHY.

4, VÝPOČTOM (POMOCOU 2. GULDINOVEJ VETY) ZISTITE OBJEM  $V$  ROTÁČNÉHO TELESÁ, KTORÉ VZNIKNE OTÁČANÍM TVORIACEJ PLOCHY OKOLO OSI OTÁČANIA.

\* S TECHNIKÝM POPISOM RIEŠENIA ÚLOH !